



CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU
SESSION DE MAI 2012

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures

FILIERES : ARCHITECTURE, URBANISME ET GESTION URBAINE

EXERCICE 1 (4 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^2}$.

- 1) Déterminer des nombres réels a et b tels que pour tout nombre réel x différent de 2,

$$f(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{(x-2)^2}$$

- 2) Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 f(x) dx$.

EXERCICE 2 (5pts)

On donne les deux nombres complexes définis ci-dessous : $z_1 = -1 - i$ et $z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique.

- 2) En déduire le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$.

- 3) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$.

EXERCICE 3 (5 pts)

A/ On considère la suite (t_n) définie sur \mathbb{N} par : $t_0 = 2$ et $t_{n+1} = \frac{9}{6-t_n}$.

- 1) Démontrer par récurrence que pour tout n élément de \mathbb{N} , $t_n < 3$.

- 2) Etudier le sens de variation de la suite (t_n) .

B/ On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+2}$.

- 1) Démontrer que la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{1}{u_n}$ est une suite arithmétique.

- 2) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

- 3) Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n .

- 4) Etudier la convergence de la suite (u_n) .

EXERCICE 4 (6pts)

Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\ln x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .

- 2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

- 3) Calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.

- 4) Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f .

- 5) Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.