EAMAU

E.A.M.A.U
Ecole Africaine des Métiers de l'Architecture et de l'Urbanisme

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU

SESSION DE MAI 2016

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

FILIERES : ARCHITECTURE, URBANISME ET GESTION URBAINE

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (8pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$. On prendra 2cm pour unité graphique. On appelle J le point d'affixe i.

1) On considère les points **A**, **B**, **C**, **H** d'affixes respectives : $a = -3 - i$; $b = -2 + 4i$; $c = 3 - i$; $h = -2$. Placer ces points sur une figure. (2pts)
2) Montrer que J est le centre du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle ABC. Préciser le rayon du cercle $(\mathcal{C})$. (3pts)
3) Calculer, sous forme algébrique, le nombre complexe $\frac{b-c}{h-a}$. En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires. (3pts)

EXERCICE 2 (7pts)

On donne les deux nombres complexes définis ci-dessous : $z_1 = -1 - i$ et $z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2. (2pts)
2) En déduire le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$. (2pts)
3) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. (1pt)
4) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$. (2pts)

EXERCICE 3 (5pts)

Pour tout entier naturel $n \geq 2$, on considère l'intégrale $I_n = \int_1^2 \frac{1}{x^n} e^{\frac{1}{x}} dx$.

1) Calculer I_2. (1pt)
2) Démontrer à l'aide d'une intégration par partie que pour tout entier naturel $n \geq 2$:
   $I_{n+1} = e - \frac{\sqrt{e}}{2^{n-1}} + (1-n)I_n$. (2pts)
3) Calculer I_3 et I_4. (2pts)